D'où le tableau de variation de f

x	$-\infty$		$+\infty$
f'(x)		+	
f (x)	0	↗	1

$\cdot \lim\limits_{-\infty} f = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{\sqrt{1+e^{2x}}} = 0$

$\cdot \lim\limits_{+\infty} f = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{\sqrt{1+e^{2x}}}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{e^x\sqrt{e^{-2x}+1}} = 1$

2/ $\forall x \in IR; f'(x) = \dfrac{e^x}{(1+e^{2x})\sqrt{1+e^{2x}}} = \dfrac{e^x}{(1+e^{2x})^{\frac{3}{2}}}$

la fonction qui à $x \mapsto 1+e^{2x}$ est dérivable et strictement positif sur IR

$\Rightarrow$la fonction qui à $x \mapsto (1+e^{2x})^{\frac{3}{2}}$ est dérivable et non nul sur IR

Par suite f' est dérivable sur IR.

D'ou f est deux fois dérivable sur IR.

$$* \forall x \in IR; f''(x) = \frac{e^x(1+e^{2x})^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}\times 2e^{2x}(1+e^{2x})^{\frac{1}{2}}\times e^x}{(1+e^{2x})^3}$$

$$= e^x(1+e^{2x})^{\frac{1}{2}}\frac{1-2e^{2x}}{(1+e^{2x})^3}.$$

$\Rightarrow \forall x \in IR$; signe de $f''(x)$ est celui de $(1-2e^{2x})$.

$\star 1-2e^{2x} \geq 0 \Leftrightarrow 2e^{2x} \leq 1 \Leftrightarrow e^{2x} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2}\text{Log}\frac{1}{2}$.

D'où le tableau de signe de f''

x	$-\infty$		$\frac{-\text{Log}2}{2}$		$+\infty$
signe(f''(x))		+	0	−	

Ainsi f'' s'annule uniquement en $\frac{1}{2}\text{Log}\frac{1}{2}$ en changeant de signe

$\Rightarrow C_f$ possède un seul point d'inflexion qui est $I\left(\frac{1}{2}\text{Log}\frac{1}{2}; f\left(\frac{1}{2}\text{Log}\frac{1}{2}\right)\right)$.

$$f\left(\frac{1}{2}\text{Log}\frac{1}{2}\right) = f\left(\text{Log}\sqrt{\frac{1}{2}}\right) = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Traçage de (C) :